

Uji Korelasi Kendal Tau dan Uji Korelasi Spearman Rank



KORELASI KENDAL TAU

- Korelasi Kendal tau digunakan untuk mengukur kekuatan atau hubungan dua variable.
- Data yang digunakan berskala ordinal dan tidak harus berdistribusi normal.

Formula T adalah sebagai berikut

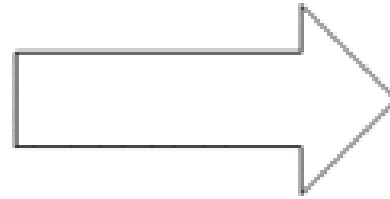
$$T = \frac{2S}{N(N-1)}$$

dimana:

S adalah total skor seluruhnya (*grand total*), yang merupakan jumlah skor urutan kewajaran pasangan data pada salah satu variabel. Jika urutan ranking wajar diberi skor +1, jika urutan ranking tdk wajar diberi skor -1. N adalah banyaknya pasangan ranking.

Contoh 1:

<u>Observasi</u>	<u>Ranking</u>	
	X	Y
A	3	3
B	4	1
C	2	4
D	1	2



<u>Observasi</u>	<u>Ranking</u>	
	X	Y
D	1	2
C	2	4
A	3	3
B	4	1

Pada contoh ini, ranking pada variabel X yang diurutkan sehingga ranking pada variabel Y mengikuti dan akan dicari nilai skor sebenarnya (S).

Mencari nilai S (lihat ranking Y):

<u>X:</u>	1	2	3	4	
<u>Y:</u>	2	4	3	1	total
	2	+	+	-	+1
		4	-	-	-2
			3	-	-1
				1	0
			<u>grand total</u>		-2

Maka didapat $S = -2$ dan $N = 4$.

Jadi koefisien korelasi kendall $T = \frac{2(-2)}{4(4-1)} = -0,33$

Penggunaan formula korelasi kendall T dapat dikoreksi jika data yang digunakan banyak terdapat angka sama yang berarti juga mempunyai ranking yang sama (untuk angka sama, ranking dirata-ratakan). Formula dikoreksi menjadi:

dimana: $T_X = \sum t_x (t_x - 1)$; t_x adalah banyaknya observasi berangka sama pada tiap kelompok angka sama pada variabel X.
 $T_Y = \sum t_y (t_y - 1)$; t_y adalah banyaknya observasi berangka sama pada tiap kelompok angka sama pada variabel Y.

contoh 2:

Peserta	Juri I	Juri II	Rank I	Rank II
A	70	80	3,5	5
B	85	80	6	5
C	70	80	3,5	5
D	50	60	1	1,5
E	90	85	7,5	7,5
F	90	70	7,5	3
G	75	85	5	7,5
H	60	60	2	1,5

Rank I : 1	2	3,5	3,5	5	6	7,5	7,5		
Rank II : 1,5	1,5	5	5	7,5	5	3	7,5	total	
	<u>1,5</u>	0	+	+	+	+	+	+	+6
		<u>1,5</u>	+	+	+	+	+	+	+6
			5	0	+	0	-	+	+1
				5	+	0	-	+	+1
					<u>7,5</u>	-	-	0	-2
						5	-	+	0
							3	+	+1
								<u>7,5</u>	<u>0</u>
								grand total =	13

didapat $S = 13$ dan $N = 8$. Jadi koefisien korelasi kendall T,

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{2(13)}{\sqrt{8(8-1)-4} \sqrt{8(8-1)-10}} \\
 &= \frac{26}{\sqrt{52} \sqrt{46}} \\
 &= \frac{26}{48,91} = 0,53.
 \end{aligned}$$

nilai dari T dan r_s tidak sama, walaupun dihitung dari pasangan ranking yang sama, sehingga kedekatan hubungan (asosiasi) variabel tidak bisa dibandingkan antara nilai T dan r_s . nilai r_s biasanya lebih besar dari nilai T . namun demikian ada hubungan antara dua ukuran tersebut, yaitu:

$$-1 \leq 3T - 2r_s \leq 1.$$

contoh 3: (lihat data pada contoh korelasi spearman)

data diurutkan berdasarkan nilai test					
Pekerja	nilai test(a)	rating(b)	ranking(b)	skor S	
1	36	1	1	10,5	+19
2	40	3	3	10,5	+ 1
3	47	2	2	3,5	+14
4	48	3	3	10,5	+ 2
5	51	2	2	3,5	+13
6	56	3	3	10,5	+ 3
7	57	4	4	17,5	- 7
8	58	4	4	17,5	- 7
9	59	3	3	10,5	+ 1
10	60	2	2	3,5	+ 9
11	61	3	3	10,5	+ 2
12	62	3	3	10,5	+ 2
13	65	3	3	10,5	+ 2
14	66	3	3	10,5	+ 2
15	67	4	4	17,5	- 1
16	68	3	3	10,5	+ 1
17	69	5	5	19,5	- 2
18	71	5	5	19,5	- 2
19	76	3	3	10,5	- 1
20	77	2	2	3,5	
total skor sebenarnya				=	+ 51

$$N = 20$$

$$S = 51$$

$T_X = 0$ (nilai pada variabel X tidak ada yang sama sehingga $T_X = 0$)

Untuk variabel Y, ranking 3,5 ada 4 observasi

ranking 10,5 ada 10 observasi

ranking 17,5 ada 3 observasi

ranking 19,5 ada 2 observasi

$$T_Y = \frac{1}{2} (4 \times 3 + 10 \times 9 + 3 \times 2 + 2 \times 1) = 55$$

Jadi koefisien korelasi kendall's tau,

$$\begin{aligned} T &= \frac{51}{\sqrt{\frac{1}{2} 20(20-1) - 0} \sqrt{\frac{1}{2} 20(20-1) - 55}} \\ &= \frac{51}{\sqrt{190} \sqrt{135}} \\ &= \frac{51}{160,1562} = 0,3184. \end{aligned}$$

Uji keberartian T

$H_0 : \tau = 0$ (dua variabel independen)

$H_1 : \tau \neq 0$ (dua variabel tidak independen)

Untuk sampel kecil ($N \leq 10$), nilai kritis Kendall T dapat dilihat pada tabel R_1 (p -value) untuk uji satu arah.

Untuk sampel antara 11 s/d 30, p -value dapat dilihat pada tabel R_{11} (tabel R_1 dan R_{11} adalah tabel Kendall dapat dilihat pada buku *nonparametric statistics* karangan Sidney Siegel dan John Castellan)

Jika $p\text{-value} \leq \alpha/2$ maka tolak H_0 (untuk uji dua arah).

Untuk sampel $N > 10$, T approksimasi berdistribusi normal

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{3T\sqrt{N(N-1)}}{\sqrt{2(2N+5)}}$$

jika nilai $Z \geq Z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha/2$ maka tolak H_0 (untuk uji dua arah).



KORELASI RANK SPEARMAN

Korelasi Rank Spearman digunakan untuk mencari hubungan atau untuk menguji signifikansi hipotesis asosiatif bila masing-masing variabel yang dihubungkan berbentuk Ordinal.

Contoh:

Ada 10 orang responden yang diminta untuk mengisi daftar pertanyaan tentang Motivasi dan Prestasi dalam sebuah kantor. Jumlah responden yang diminta mengisi daftar pertanyaan itu 10 karyawan, masing-masing diberi nomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Nilai yang diberikan oleh kesepuluh responden tentang Motivasi dan Prestasi itu diberikan pada contoh berikut. Yang akan diketahui adalah apakah ada hubungan antara Motivasi dengan Prestasi.

Berdasarkan hal tersebut maka:

1. Judul penelitian adalah : Hubungan antara Motivasi dengan Prestasi.

2. Variabel penelitiannya adalah : nilai jawaban dari 10 responden tentang Motivasi (X_i) dan Prestasi (Y_i)

3. Rumusan masalah: apakah ada hubungan antara variabel Motivasi dan Prestasi?

4. Hipotesis:

H_0 : tidak ada hubungan antara variabel Motivasi dan Prestasi.

H_a : ada hubungan antara variabel Motivasi dan Prestasi

5. Kriteria Pengujian Hipotesis

H_0 ditolak bila harga p hitung $>$ dari p tabel

H_0 diterima bila harga p hitung $\leq$ dari p tabel

Penyajian data

Jawaban responden yang telah terkumpul ditunjukkan pada **Tabel 1** berikut ini:

Tabel 1. Nilai Motivasi dan Prestasi

Nomor responden	Jumlah Skor	Jumlah skor
1	9	8
2	6	7
3	5	6
4	7	8
5	4	5
6	3	4
7	2	2
8	8	9
9	7	8
10	6	6

6. Perhitungan untuk pengujian Hipotesis

Data tersebut diperoleh dari sumber yang berbeda yaitu Motivasi (X_i) dan Prestasi (Y_i). Karena sumber datanya berbeda dan berbentuk ordinal, maka untuk menganalisisnya digunakan Korelasi Rank yang rumusnya adalah:

$$\rho = \frac{1 - 6 \sum d_i^2}{N(N^2 - 1)}$$

ρ = koefisien korelasi Spearman Rank

d_i = beda antara dua pengamatan berpasangan

N = total pengamatan

Korelasi Spearman rank bekerja dengan data ordinal. Karena jawaban responden merupakan data ordinal, maka data tersebut diubah terlebih dahulu dari data ordinal dalam bentuk ranking yang caranya dapat dilihat dalam **Tabel 2**.

Bila terdapat nilai yang sama, maka cara membuat peringkatnya adalah: Misalnya pada Xi nilai 9 adalah peringkat ke 1, nilai 8 pada peringkat ke 2, selanjutnya disini ada nilai 7 jumlahnya dua. Mestinya peringkatnya kalau diurutkan adalah peringkat 3 dan 4. tetapi karena nilainya sama, maka peringkatnya dibagi dua yaitu: $(3 + 4) : 2 = 3,5$. akhirnya dua nilai 7 pada Xi masing-masing diberi peringkat 3,5. Selanjutnya pada Yi disana ada nilai 8 jumlahnya tiga. Mestinya peringkatnya adalah 2, 3 dan 4. Tetapi karena nilainya sama maka peringkatnya dibagi tiga yaitu: $(2 + 3 + 4) : 3 = 3$. Jadi nilai 8 yang jumlahnya tiga masing-masing diberi peringkat 3 pada kolom Yi. Selanjutnya nilai 7 diberi peringkat setelah peringkat 4 yaitu peringkat 5.

Tabel 2. Tabel penolong untuk menghitung koefisien korelasi Spearman Rank.

Nomor Responden	Nilai Motivasi Resp. I (Xi)	Nilai Prestasi dari Resp. II (Yi)	Peringkat (Xi)	Peringkat (Yi)	bi	bi ²
1	9	8	1	3	-2	4
2	6	7	5,5	5	0,5	0,25
3	5	6	7	6,5	0,5	0,25
4	7	8	3,5	3	0,5	0,25
5	4	5	8	8	0	0
6	3	4	9	9	0	0
7	2	2	10	10	0	0
8	8	9	2	1	1	1
9	7	8	3,5	3	0,5	0,25
10	6	6	5,5	6,5	-1	1
					0	7

Selanjutnya harga bi² yang telah diperoleh dari hitungan dalam tabel kolom terakhir dimasukkan dalam rumus korelasi Spearman Rank :

$$\rho = 1 - \frac{6.7}{(10 \times 10^2 - 1)} = 1 - 0,04 = 0,96$$

Sebagai interpretasi, angka ini perlu dibandingkan dengan tabel nilai-nilai ρ (*dibaca: rho*) dalam **Tabel 3**. Dari tabel itu terlihat bahwa untuk $n = 10$, dengan derajat kesalahan 5 % diperoleh harga 0,648 dan untuk 1 % = 0,794. Hasil ρ hitung ternyata lebih besar dari ρ tabel

Derajat kesalahan 5 %..... $0,96 > 0,648$
Derajat kesalahan 1 %..... $0,96 > 0,794$
Hal ini berarti menolak H_0 dan menerima H_a .

Kesimpulan :

Terdapat hubungan yang nyata/signifikan antara Motivasi (X_i) dengan Prestasi (Y_i). Dalam hal ini hipotesis nolnya (H_0) adalah: tidak ada hubungan antara variabel Motivasi (X_i) dengan Prestasi (Y_i). Sedangkan hipotesis alternatifnya (H_a) adalah: terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara variabel Motivasi (X_i) dengan Prestasi (Y_i). Dengan demikian hipotesis nol (H_0) ditolak dan hipotesis alternatif (H_a) diterima. Atau dengan kata lain bahwa variabel Motivasi mempunyai hubungan yang signifikan dengan Prestasi.

Tabel 3: Tabel Nilai-nilai ρ (RHO), Korelasi Spearman Rank

N	Derajat signifikansi		N	Derajat signifikansi	
	5%	1%		5%	1%
5	1,000		16	0,506	0,665
6	0,886	1,000	18	0,475	0,625
7	0,786	0,929	20	0,450	0,591
8	0,738	0,881	22	0,428	0,562
9	0,683	0,833	24	0,409	0,537
10	0,648	0,794	26	0,392	0,515
12	0,591	0,777	28	0,377	0,496
14	0,544	0,715	30	0,364	0,478

KOEFISIEN KORELASI BERPERINGKAT SPEARMAN

20

1. Langkah Pertama

Menyusun peringkat data yaitu menyusun data menjadi urutan dari terkecil sampai terbesar. Setelah data terurut diberikan peringkat, Untuk data yang mempunyai nilai yang sama diberikan nilai peringkat rata-rata.



2. Langkah Kedua

Mencari selisih peringkat antara satu variabel dengan variabel lainnya. Selisih ini biasanya dilambangkan dengan D_i .

KOEFISIEN KORELASI BERPERINGKAT SPEARMAN

21

3. Langkah Ketiga

Menghitung koefisien korelasi spearman dengan rumus sebagai berikut.

$$r_s = \frac{1 - 6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

di mana:

R_s :Koefisien Korelasi Spearman

D_i :Selisih peringkat untuk setiap data

N :Jumlah sampel atau data

CONTOH SOAL: HUBUNGAN LABA BANK DENGAN HARGA SAHAM

Berikut ini adalah data tentang laba dan harga saham dari 8 bank tahun 2003.

Bank	Laba Bank	Harga Saham
Ekonomi Raharja	3,58	1.025
Mayapada	2,51	1.375
BCA	2,54	3.350
Mega	0,95	2.050
Bumiputera	0,13	110
BII	0,51	455
Capital Indonesia	0,16	30
OUB Buana	0,18	1.025

CONTOH SOAL: HUBUNGAN LABA BANK DENGAN HARGA SAHAM

Langkah Pertama. Menyusun peringkat data

Laba	Peringkat Laba	Harga Saham	Peringkat Harga Saham
0,13	1	30	1
0,16	2	110	2
0,18	3	455	3
0,51	4	1.025	4
0,95	5	1.025	5
2,51	6	1.375	6
2,54	7	2.050	7
3,58	8	3.350	8

CONTOH SOAL: HUBUNGAN LABA BANK DENGAN HARGA SAHAM

Langkah Kedua. Menghitung Perbedaan Peringkat

Bank	Peringkat Laba	Peringkat Saham	D_i	D_i^2
Mandiri	8	5	3	9
BNI	6	6	0	0
BCA	7	8	-1	1
Danamon	5	7	-2	4
BII	1	2	-1	1
Lippo	4	3	1	1
Niaga	2	1	1	1
Mega	3	4	-1	1
ΣeD_i^2				18

CONTOH SOAL: HUBUNGAN LABA BANK DENGAN HARGA SAHAM

Langkah Ketiga. Menghitung koefisien korelasi Spearman

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 18}{8(8^2 - 1)} = 1 - 0,214 = 0,786$$

Nilai koefisien korelasi Spearman 0,786, ini menunjukkan bahwa ada hubungan antara harga saham dengan laba perbankan sebesar 78,6%. Hubungan antara harga saham dengan laba termasuk kuat, kinerja saham akan berhubungan dengan kinerja laba perbankan.